

жүйенің әртүрлі жүзеге асырылуына және әртүрлі кеңістіктік күйлерге келуге болады. Динамикалық жүзеге асырулар мен күйлер кеңістіктерінің алуан түрлілігіне байланысты белгілі бір мағынада «минимал» болатын күйлер кеңістігін табу есебі мен берілген жүйе туралы алғашқы ақпарат негізінде осындай кеңістікті тұрғызуға мүмкіндік беретін алгоритмді құрастыру есебінің тәжірибелік маңыздары өте жоғары болғандықтан осы тұрпаттағы есептерді қарастырамыз. Алдымен минимализм ұғымы талданады. Әрі қарай әртүрлі көмекші функцияларды және сәйкес жүйелердің көрсетілімдерін тұрғызу үшін, сонымен қатар жалпы уақыт жүйесін күйлер кеңістігінде құру үшін оларды қайсыбір тұрғызу процедурасында қолдану үшін төмендегі алынған нәтижелерді қалай байланыстыру керектігі көрсетіледі.

Эквиваленттіліктің әр класында белгілі бір тәртіп қатынасы енгізіліп, іске асырудың минималдылығы анықталады. Сондай-ақ кеңістікте канондық көріністер мен динамикалық жүйелердің күйлерін жүзеге асыру мәселелері қарастырылады. Мақала негізінен теориялық мәнге ие. Алынған нәтижелер жаңа болып табылады және динамикалық жүйелерді зерттеуде пайдаланылуы мүмкін.

Динамикалық жүйелерді жүзеге асыру теориясында белгілі бір тәртіппен анықталған уақыт жүйесін динамикалық көрсетілуінің бар болуы туралы мәселе зерттеледі. Әдетте уақыт жүйесі өзінің ρ реакциялар үйірімен беріледі, және жүзеге асыру теориясының есебі φ күйлердің көшу функцияларының үйірі мен $(\bar{\rho}, \bar{\varphi})$ жұбы оның динамикалық жүзеге асырылуы болатын S уақыт жүйесі бар-жоқтығын анықтауға келіп тіреледі. Біздің жұмысымызда динамикалық жүйелердің жүзеге асырылымдылық мәселелері, динамикалық жүйелердің канондық көрсетілімі мен күйлер кеңістігіндегі көрсетілімі, сонымен қатар минимал жүзеге асыру мәселелері қарастырылады.

УДК 51.72
МРНТИ 27.35.14

Уразғалиева Акмарал Ниязовна, магистр математики, **негізгі автор**, <https://orcid.org/0000-0003-0891-8986>

НАО «Западно-Казахстанский аграрно-технический университет имени Жангир хана», г. Уральск, ул. Жангир хана, 51, 090009, Казахстан, urazgalieva.akmaral@mail.ru

Urazgalieva Akmaral Niyazovna, Master of Mathematics; **the main author**, <https://orcid.org/0000-0003-0891-8986>

NJSC «West Kazakhstan Agrarian and Technical University named after Zhangir khan», Uralsk, st. Zhangir khan 51, 090009, Kazakhstan, urazgalieva.akmaral@mail.ru

ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МОДЕЛИ СООБЩАЮЩИХСЯ ЦИЛИНДРОВ LINEAR EQUATIONS AND MODELS OF COMMUNICATING CYLINDERS

Аннотация

Основной целью статьи является распространение принципов и методов линейной алгебры на задачи аналитической механики. В экономических исследованиях можно найти эффективные приложения принципов аналитической механики. Некоторые, в большинстве случаев известные, экономико-математические модели приводят к задачам о равновесии того же типа, что и задачи рассматриваемые в аналитической механике [1-4].

Применение общих принципов аналитической механики приводит к мысли о возможности изучать методами этих наук поведение любых материальных систем. Следствиями этих принципов являются основные результаты теории линейных уравнений. В математическом образовании инженера линейные уравнения, как один из разделов, входящий в обязательную вузовскую программу курса высшей математики, имеет большое научно-методическое значение [5, 6].

Механические и физические модели естественно приводят к трактовке задач математического программирования и математической экономики как задач о равновесии физических систем, для которых существует функция состояния – аналог силовой функции Лейбница[7, 8].

В статье приведен пример применения методов линейной алгебры, в частности метод Крамера и матричный метод решения системы линейных уравнений, для определения координат поршней в модели состоящей из двух и трех сообщающихся объемов.

ANNOTATION

The main purpose of the article is to extend the principles and methods of linear algebra to problems of analytical mechanics. In economic research one can find effective applications of the principles of analytical mechanics. Some, in most cases known, economic-mathematical models lead to equilibrium problems of the same type as those considered in analytical mechanics[1-4].

The application of the general principles of analytical mechanics leads to the idea of the possibility of studying the behavior of any material systems by the methods of these sciences. The consequences of these principles are the main results of the theory of linear equations. In the mathematical education of an engineer, linear equations, as one of the sections included in the compulsory university program of the course of higher mathematics, is of great scientific and methodological importance[5, 6].

Mechanical and physical models naturally lead to the interpretation of problems of mathematical programming and mathematical economics as problems of the equilibrium of physical systems for which there is a state function - an analogue of the Leibniz force function[7, 8].

The article gives an example of the application of linear algebra methods, in particular the Cramer method and the matrix method for solving a system of linear equations, to determine the coordinates of pistons in a model consisting of two and three communicating volumes.

Ключевые слова: сообщающиеся объемы, сообщающиеся цилиндры, поршень, несжимаемая жидкость, линейные уравнения, системы линейных уравнений.

Key words: communicating volumes, communicating cylinders, piston, incompressible fluid, linear equations, systems of linear equations.

Введение. Принцип аналитической механики, по существу, лежит в основе построений условий оптимальности и в задачах математического программирования.

Изложение метода физического моделирования естественно начать с построения моделей простейших задач линейной алгебры, каковыми являются задачи об отыскании решений линейных уравнений. Построим модели, представляющие собой системы сообщающихся объемов, наполненных несжимаемой жидкостью. Такие модели позволяют свести математическую задачу к задаче о равновесии механической системы и получить наглядное представление самих задач, так и важнейших результатов теории[9, 10].

Материалы и методы исследований. Рассмотрим механическое устройство, изображенное на рис. 1. Оно представляет собой систему двух сообщающихся цилиндров, имеющих высоту, равную $2l$, и площади оснований, соответственно равные a_1 и a_2 . Каждый из цилиндров разделен на две поршнем, который может свободно перемещаться внутри соответствующего цилиндра. Пусть x_1 и x_2 – координаты, определяющие положения поршней внутри цилиндров 1 и 2. Эти координаты отчитываются от середины цилиндра, причем положительным принято направление вверх. Обозначим $V^{(+)}$ сумму сообщающихся объемов $V_1^{(+)}$ и $V_2^{(+)}$, расположенных ниже поршней, а $V^{(-)}$ сумму объемов $V_1^{(-)}$ и $V_2^{(-)}$, расположенных выше поршней[11-14]. Тогда, очевидно,

$$\begin{aligned} V^{(+)} &= V_1^{(+)} + V_2^{(+)} = a_1(l + x_1) + a_2(l + x_2), \\ V^{(-)} &= V_1^{(-)} + V_2^{(-)} = a_1(l - x_1) + a_2(l - x_2). \end{aligned} \quad (1)$$

Теперь наполним сообщающиеся объемы $V^{(+)}$ несжимаемой жидкостью в количестве $\bar{V}^{(+)}$, а объемы $V^{(-)}$ - в количестве $\bar{V}^{(-)}$. При этом, величины $\bar{V}^{(+)}$ и $\bar{V}^{(-)}$ выберем удовлетворяющими условию

$$\bar{V}^{(+)} + \bar{V}^{(-)} = 2l(a_1 + a_2) \quad (2)$$

Последнее условие означает, что $\bar{V}^{(+)}$ и $\bar{V}^{(-)}$ выбраны такими, чтобы все объемы были полностью заполнены несжимаемой жидкостью. Таким образом, мы получили механическое устройство, в котором величины x_1 и x_2 связаны соотношением

$$V^{(+)} = \bar{V}^{(+)} \quad (3)$$

Или допустимое состояние уравнения

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 = \bar{V}^{(+)} - l(a_1 + a_2), \quad (4)$$

выражающим свойство несжимаемой жидкости.

Заметим, что описанное устройство позволяет реализовать все значения x_1 и x_2 , удовлетворяющие уравнению

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 = b, \quad (5)$$

где $|x_1| \leq l$, $|x_2| \leq l$, если положить $\bar{V}^{(+)} = b + l(a_1 + a_2)$, $\bar{V}^{(-)} = -b + l(a_1 + a_2)$.

В данной модели принимаем в расчет только главное свойство – удовлетворение уравнению (5). Также считаем несущественными ограничения $|x_1| \leq l$ и $|x_2| \leq l$, поскольку число l может быть выбрано сколь угодно большим.

Обозначая в случае рис.1 через $V_1^{(+)}$, $V_1^{(-)}$ и $V_2^{(+)}$, $V_2^{(-)}$ объемы цилиндров 1 и 2, отмеченные знаками (+) и (-), получим формальную запись [15, с.264]:

$$\begin{aligned} V_1^{(+)} &= \begin{cases} a_1(l + x_1) & \text{при } a_1 \geq 0, \\ -a_1(l - x_1) & \text{при } a_1 < 0, \end{cases} \\ V_1^{(-)} &= \begin{cases} a_1(l - x_1) & \text{при } a_1 \geq 0, \\ -a_1(l + x_1) & \text{при } a_1 < 0, \end{cases} \\ V_2^{(+)} &= \begin{cases} a_2(l + x_2) & \text{при } a_2 \geq 0, \\ -a_2(l - x_2) & \text{при } a_2 < 0, \end{cases} \\ V_2^{(-)} &= \begin{cases} a_2(l - x_2) & \text{при } a_2 \geq 0, \\ -a_2(l + x_2) & \text{при } a_2 < 0. \end{cases} \end{aligned}$$

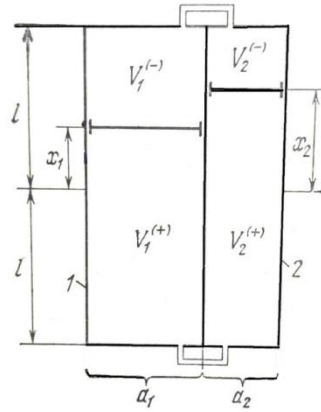


Рисунок – 1

По модели рис. 1 можно вывести следующее важное правило: *сообщающимися являются объемы модели, отмеченные одним и тем же знаком (+) или (-), при этом знаком (+) отмечается объем, расположенный ниже поршня, если соответствующий коэффициент положителен, и объем, расположенный выше поршня, если коэффициент отрицателен.*

Результаты и их обсуждение. Приведем модель линейного уравнения с двумя переменными:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 7 \\ 2x_1 + 4x_2 = 10 \end{cases}$$

Здесь площади оснований сообщающихся цилиндров 1 и 2 разные и соответственно равны $a_{11} = 1$; $a_{12} = 3$ и $a_{21} = 2$; $a_{22} = 4$.

По методу Крамера для системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными [16]:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases}$$

Составим определитель Δ из коэффициентов при неизвестных $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$, заменив в Δ первый столбец на столбец из свободных членов (остальные без изменения), получим $\Delta_1: \Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}$. Соответственно: $\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$

Тогда, $x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}$; $x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$.

Решив заданную систему уравнений по методу Крамера, получим:

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 3 \cdot 2 = -2; \\ \Delta_1 &= \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 10 & 4 \end{vmatrix} = 7 \cdot 4 - 3 \cdot 10 = -2; \\ \Delta_2 &= \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 10 \end{vmatrix} = 1 \cdot 10 - 7 \cdot 2 = -4. \end{aligned}$$

$x_1 = \frac{-2}{-2} = 1$; $x_2 = \frac{-4}{-2} = 2$ - координаты поршней сообщающихся объемов.

Теперь представим физическую модель линейного уравнения с тремя неизвестными (рис. 2). Модель системы из 3 уравнений с 3 неизвестными является системой 3 моделей каждого из 3 уравнений связанных так, что перемещения поршней, положения которых указывают значения одной и той же неизвестной, одинаковы [17-18].

$$\sum_{i=1}^3 a_i x_i = b. \quad (6)$$

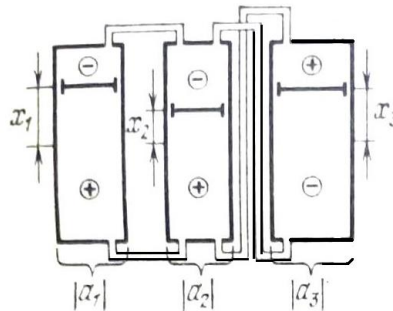


Рисунок – 2

Здесь правило расстановки знаков объемов $V_i^{(+)}$ и $V_i^{(-)}$ такие же, как и в случае модели рис.1, формулами:

$$V_i^{(+)} = \begin{cases} a_i(l + x_i) & \text{при } a_i \geq 0, \\ -a_i(l - x_i) & \text{при } a_i < 0, \end{cases} \quad V_i^{(-)} = \begin{cases} a_i(l - x_i) & \text{при } a_i \geq 0, \\ -a_i(l + x_i) & \text{при } a_i < 0. \end{cases}$$

При этом

$$V^{(+)} = \sum_{i=1}^3 V_i^{(+)} = l \sum_{a_i > 0} a_i - l \sum_{a_i < 0} a_i + \sum_{i=1}^3 a_i x_i = l \sum_{i=1}^3 |a_i| + \sum_{i=1}^3 a_i x_i,$$

$$V^{(-)} = \sum_{i=1}^3 V_i^{(-)} = l \sum_{a_i > 0} a_i - l \sum_{a_i < 0} a_i - \sum_{i=1}^3 a_i x_i = l \sum_{i=1}^3 |a_i| - \sum_{i=1}^3 a_i x_i.$$

Наполняя сообщающиеся объемы $V_1^{(+)}$, $V_2^{(+)}$, $V_3^{(+)}$ несжимаемой жидкостью в количестве

$$\bar{V}^{(+)} = l \sum_{i=1}^n |a_i| + b,$$

а объемы $V_1^{(-)}$, $V_2^{(-)}$, ..., $V_n^{(-)}$ несжимаемой жидкостью в количестве

$$\bar{V}^{(-)} = l \sum_{i=1}^3 |a_i| - b,$$

получим модель уравнения (6), так как, очевидно, из условий несжимаемости $V^{(+)} = \bar{V}^{(+)}$ и $V^{(-)} = \bar{V}^{(-)}$ следует справедливость (6) для любого допустимого состояния модели.

В векторно-матричной форме эта система имеет вид [19, 20]:

$$A \cdot X = B, \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}.$$

Приведем

пример такой модели, состоящей из 3 уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

где, коэффициенты перед неизвестными - это площади оснований соответствующих цилиндров, x_1 ; x_2 ; x_3 – координаты, определяющие положения поршней внутри цилиндров 1, 2 и 3. Решим его матричным методом. Составим определитель матрицы A :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -4 + 8 + 4 + 8 - 2 - 8 = 6 \neq 0$$

Так как $|A| \neq 0$, то матрица A имеет обратную и решение данной системы: $X = A^{-1} \cdot B$, где $B = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Найдем матрицу, обратную к матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Для этого вычислим все алгебраические дополнения матрицы A по формуле $A_{ij} = (-1)^{ij} M_{ij}$ запишем обратную матрицу.

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -6 & 0 & 6 \\ -2 & -4 & 3 \\ 4 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -6 & 0 & 6 \\ -2 & -4 & 3 \\ 4 & 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \text{ то есть } x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = -2.$$

Это означает, что у данной модели сообщающихся сосудов поршень цилиндра 1 расположен выше от середины цилиндра на 1 единицу. Поршень цилиндра 2 находится на 2 единицы выше от середины и поршень цилиндра 3 закреплен ниже середины на расстоянии 2 единицы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Моделирование экономических процессов: Учебник/Под ред. М.В. Грачевой, Ю.Н. Черемных. - М.: Юнити, 2015. - 543 с.
- 2 Курбатова Г.И. Анализ чувствительности модели транспортировки газа по морским газопроводам к изменениям параметров модели/ Г.И. Курбатова, Н.Н. Ермолаева // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. – 2019. - Т. 15, № 1. - С. 47-61.
- 3 Глушенко, П.В. Техническая диагностика: моделирование в диагностировании и прогнозировании состояния технических объектов / П.В. Глушенко. - М.: Вузовская книга, 2013. - 248 с.
- 4 Емельянов, С.В. Труды ИСА РАН: Системы управления и моделирование. Динамические системы. Управление рисками и безопасностью. Методы и модели в экономике. Прикладные а / С.В. Емельянов. - М.: Красанд, 2014. - 124 с.
- 5 Бугров, Я.С. Высшая математика в 3 т. Т.2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебник для академического бакалавриата/Я.С.Бугров, С.М. Никольский. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 281 с.

- 6 Барановский Е.С. О стационарном течении жидкостей второго порядка в канале / Е.С. Барановский, М.А. Артемов // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. – 2017. - Т. 13, № 4. - С. 342-353.
- 7 Лагранж, Аналитическая механика, т.І, ГОНТИ, 1938.
- 8 Баксанский, О.Е. Моделирование в науке: Построение физических моделей/ О.Е. Баксанский. - М.: Ленанд, 2019. - 160 с.
- 9 Чупаев А.В. Результаты математического моделирования течения жидкости в рабочем пространстве капиллярных вискозиметров постоянного расхода/А.В. Чупаев, В.В. Кузьмин // Вестник Удмуртского университета. Механика. - 2009. № 2. - С. 97-101.
- 10 Андреев, С.М. Разработка и компьютерное моделирование элементов систем автоматизации с учетом специфики технологических процессов: Учебник / С.М. Андреев. - М.: Academia, 2017. - 36 с.
- 11 Разумихин Б.С., Физические модели и методы теории равновесия в программировании и экономике, М.:«Наука», 1975.
- 12 Крылатов А.Ю. Равновесное распределение потоков по маршрутам линейной транспортной сети как решение линейных алгебраических уравнений/А.Ю. Крылатов, А.П. Широколобова // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. – 2018. - Т. 14, № 3. - С. 103-115.
- 13 Андрижиевский, А. А. Механика жидкости и газа: учеб. пособие для студентов учреждений высшего образования по техническим и технологическим специальностям/ А. А. Андрижиевский. – Минск : БГТУ, 2014. – 203 с.
- 14 Береславский Э.Н. Моделирование движения грунтовых вод из котлаванов, огражденных шпунтами жуковского / Э.Н. Береславский // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. – 2017. Т. 13, № 2, - С. 124-137.
- 15 Носков С.И. РС-решения и квазирешения интервальной системы линейных алгебраических уравнений / С.И. Носков // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. – 2021. - Т. 17, № 3. - С. 262-276.
- 16 Зельдович, Я.Б. Высшая математика для начинающих физиков и техников/ Я.Б. Зельдович, И.М. Яглом. - М.: Ленанд, 2019. - 512 с.
- 17 Виноградов, Ю.Б. Математическое моделирование в гидрологии / Ю.Б. Виноградов. - М.: Academia, 2017. - 272 с.
- 18 Галлямов, Ш. Моделирование параметров и характеристик электрогидравлической скважинной аппаратуры: Монография / Ш. Галлямов. - М.: Машиностроение, 2014. - 147 с.
- 19 Шипачев, В.С. Высшая математика. полный курс: Учебник для академического бакалавриата / В.С. Шипачев. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 607 с.
- 20 Ячменёв, Л.Т. Высшая математика: Учебник / Л.Т. Ячменёв. - М.: Риор, 2017. - 42 с.

REFERENCES

- 1 Grachevoj, Ju.N. & M.V. Cheremnyh (2015) Modelirovanie ekonomicheskikh processov[Modeling of economic processes]. М.: Juniti [in Russian].
- 2 Kurbatova, G.I. & Ermolaeva, N.N. (2019) Analiz chuvstvitel'nosti modeli transportirovki gaza po morskim gazoprovodam k izmenenijam parametrov modeli [Analysis of the sensitivity of the model of gas transportation through offshore gas pipelines to changes in model parameters]. Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Prikladnaja matematika. Informatika. Processy upravlenija, Vol. 15, 1, 47-61. [in Russian].
- 3 Glushenko, P.V. (2013) Tehnicheskaya diagnostika: modelirovanie v diagnostirovanii i prognozirovanii sostojaniya tehnicheskikh obektov [Technical diagnostics: modeling in diagnosing and predicting the state of technical objects]. М.: Vuzovskaja kniga [in Russian].
- 4 Emel'janov, S.V. (2014) Trudy ISA RAN: Sistemy upravleniya i modelirovanie. Dinamicheskie sistemy. Upravlenie riskami i bezopasnost'yu. Metody i modeli v jekonomike[Control systems and modeling. Dynamic systems. Risk and security management. Methods and models in economics]. М.: Krasand [in Russian].
- 5 Bugrov, YA.S., Nikol'skiy, S.M. (2016) Vysshaya matematika. Elementy lineynoy algebry i analiticheskoy geometrii[Higher mathematics. Elements of linear algebra and analytic geometry] Lyubertsy: Yurayt, (Vols. 1-3; Vol. 2) [in Russian].
- 6 Baranovskii, E.S. & Artemov, M.A. (2017) O stacionarnom techenii zhidkosti vtorogo poriadka v kanale [On stationary flow of second-order fluids in a channel]. Vestnik Sankt-

Peterburgskogo univesiteta. Prikladnaya matematika. Informatika. Processy upravleniya, Vol. 13, 4, 342-353 [in Russian].

7 Lagrangh (1938) Analiticheskaya mehanika [Analytical mechanics]. (Vols. 1-4). GONTI [in Russian].

8 Baksanskij, O.E. (2019) Modelirovanie v nauke: Postroenie fizicheskikh modelei [Modeling in science: Building physical models] M.: Lenand [in Russian].

9 Chupaev, A.V. & Kuz'min, V.V. (2009) Rezul'taty matematicheskogo modelirovaniya techeniya zhidkosti v rabochem prostranstve kapillyarnykh viskozimetrov postojannogo rashoda [Results of mathematical modeling of fluid flow in the working space of constant flow capillary viscometers]. Vestnik Udmurtskogo universiteta. Mehanika, № 2, 97-101 [in Russian].

10 Andreev, S.M. (2017) Razrabotka i komp'yuternoe modelirovanie jelementov sistem avtomatizacii s uchetom specifiki tehnologicheskikh processov [Development and computer modeling of elements of automation systems, taking into account the specifics of technological processes] M.: Academia [in Russian].

11 Razumikhin, B.S. (1975) Fizicheskiye modeli i metody teorii ravnovesiya v programmirovanii i ekonomike [Physical models and methods of equilibrium theory in programming and economics]. M.: «Nauka» [in Russian].

12 Krylatov, A.Ju. & Shirokolobova, A.P. (2018) Ravnovesnoe raspredelenie potokov po marshrutam linejnoy transportnoj seti kak reshenie lineynykh algebraicheskikh uravnenij [Equilibrium distribution of flows along the routes of a linear transport network as a solution of linear algebraic equations]. Vestnik Sankt-Peterburgskogo univesiteta. Prikladnaya matematika. Informatika. Processy upravleniya, Vol. 14, 3, 103-115 [in Russian].

13 Andrizhievskij, A. A. (2014) Mehanika zhidkosti i gaza: ucheb. posobie dlya studentov uchrezhdenij vysshego obrazovaniya po tehniceskim i tehnologicheskim special'nostjam [Mechanics of liquid and gas: textbook. manual for students of higher education institutions in technical and technological specialties] Minsk : BGTU [in Russian].

14 Bereslavskij, Je.N. (2017) Modelirovanie dvizheniya gruntovykh vod iz kotlavanov, ograzhdennykh shpuntami zhukovskogo [Modeling the movement of groundwater from pits fenced with Zhukovsky sheet piles]. Vestnik Sankt-Peterburgskogo univesiteta. Prikladnaya matematika. Informatika. Processy upravleniya, Vol. 13, 2, 124-137 [in Russian].

15 Noskov, S.I. (2021) RS-resheniya i kvaziresheniya interval'noj sistemy lineynykh algebraicheskikh uravnenii [PC-Solutions and Quasi-Solutions of an Interval System of Linear Algebraic Equations]. Vestnik Sankt-Peterburgskogo univesiteta. Prikladnaya matematika. Informatika. Processy upravleniya, Vol. 17, 3, 262-276 [in Russian].

16 Zel'dovich, Ja.B. (2019) Vysshaya matematika dlya nachinayushih fizikov i tehnikov [Higher mathematics for beginner physicists and technicians] M.: Lenand [in Russian].

17 Vinogradov, Ju.B. (2017) Matematicheskoe modelirovanie v gidrologii [Mathematical modeling in hydrology] M.: Academia [in Russian].

18 Galljamov, Sh. (2014) Modelirovanie parametrov i harakteristik elektrogidravlicheskoj skvazhinnoj apparatury [Modeling of parameters and characteristics of electro-hydraulic downhole equipment] M.: Mashinostroenie [in Russian].

19 Shipachev, V.S. (2016) Vysshaya matematika. polnyi kurs: Uchebnik dlya akademicheskogo bakalavriata [Higher mathematics] Lyubercy: Jurajt [in Russian].

20 Jachmenjov, L.T. (2017) Vysshaya matematika: Uchebnik [Higher mathematics] M.: Rior [in Russian].

ТҮЙІН

Мақаланың негізгі мақсаты – сызықтық алгебраның принциптері мен әдістерін аналитикалық механика есептеріне кеңейту. Экономикалық зерттеулерде аналитикалық механика принциптерінің тиімді қолданылуын табуға болады. Кейбір, көп жағдайда белгілі экономикалық-математикалық модельдер аналитикалық механикада қарастырылатын бірдей типтегі тепе-теңдік есептеріне әкеледі.

Аналитикалық механиканың жалпы принциптерін қолдану кез келген материалдық жүйелердің әрекетін осы ғылымдардың әдістерімен зерттеу мүмкіндігі туралы идеяға әкеледі. Бұл принциптердің салдары сызықтық теңдеулер теориясының негізгі нәтижелері болып

табылады. Инженердің математикалық білімінде сызықтық теңдеулердің жоғары математика курсының міндетті университеттік бағдарламасына енгізілген тараулардың бірі ретінде үлкен ғылыми-әдістемелік маңызы бар.

Механикалық және физикалық модельдер математикалық бағдарламалау және математикалық экономика есептерін Лейбництің күш функциясының аналогы күй функциясы бар физикалық жүйелердің тепе-теңдік есептерін түсіндіруге әкеледі.

Мақалада сызықтық алгебра әдістерін, атап айтқанда сызықтық теңдеулер жүйесін шешудің Крамер және матрицалық әдістерін, екі және үш байланысатын көлемнен тұратын модель поршеньдердің координаталарын анықтау үшін қолдану мысалы келтірілген.

УДК 004
МРНТИ 50.01.11

Баигубенова С.К., магистр технических наук, **основной автор**, <https://orcid.org/0000-0002-2767-9565>

НАО «Западно-Казахстанский аграрно-технический университет имени Жангир хана», г.Уральск, ул. Жангир хана, 51, 090009, Казахстан, saya_bsk@mail.ru

Диярова Л.Б., магистр технических наук, <https://orcid.org/0000-0001-7395-5076>

НАО «Западно-Казахстанский аграрно-технический университет имени Жангир хана», г.Уральск, ул. Жангир хана, 51, 090009, Казахстан, lunara.diyarova@mail.ru

Утешева Г.Ш., магистр технических наук, <https://orcid.org/0000-0003-2253-7493>

Западно-Казахстанский инновационно-технологический университет, г.Уральск, ул. Ихсанова 44/1, 090009, Казахстан, utesheva.gulnara@mail.ru

Baigubenova S.K., Master of Technical Science, **the main author**, <https://orcid.org/0000-0002-2767-9565>

NJSC «West Kazakhstan Agrarian and Technical University named after Zhangir Khan», Uralsk, st. Zhangir Khan 51, 090009, Kazakhstan, saya_bsk@mail.ru

Diyarova L.B., Master of Technical Science, <https://orcid.org/0000-0001-7395-5076>

NJSC «West Kazakhstan Agrarian and Technical University named after Zhangir Khan», Uralsk, st. Zhangir Khan 51, 090009, Kazakhstan, lunara.diyarova@mail.ru

Utesheva G.Sh., Master of Technical Science <https://orcid.org/0000-0003-2253-7493>

West Kazakhstan innovation - technology university, Uralsk, st. Ihsanova 44/1, 090009, Kazakhstan, utesheva.gulnara@mail.ru

ПРИМЕНЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЯХ USING OF DIGITAL TECHNOLOGIES IN HIGHER EDUCATION INSTITUTIONS

Аннотация

Пандемия, связанная с распространением коронавирусной инфекции COVID-19, затронула системы образования по всему миру. В рассматриваемой статье представлены основные аспекты современного образования в университетах Казахстана, основные вопросы цифровизации образования, в том числе представлен опыт Западно-Казахстанского аграрно-технического университета имени Жангир хана по переходу на дистанционное обучение обучающихся очной формы обучения в связи с пандемией.

Целью исследования является определение основных ценностей развития цифровой грамотности профессорско-преподавательского состава для обеспечения современного образовательного процесса в условиях трансформации образовательной среды. Актуальность исследования определяется необходимостью определения специфики образования в современных ВУЗах, в особенности основных преимуществ его развития для внедрения инновационных технологий в образовательный процесс, адаптации системы образования к условиям цифровизации. Новизна исследования обусловлена тем, что в статье рассматривается подход к определению элементов цифровой компетентности в общем применении современных технологий.