

болуымен қоғамның белсенді дамуы басталды. Көлік құралдарының пайда болуымен және жетілдірілуімен жекелеген қауымдастықтар арасындағы байланыс аймақтары кеңейіп, білім мен тауарлармен алмасу көлемі артты. Адам қызметінің барлық салаларында әртүрлі технологияларды қолданудың өсуі байқалды. Көліктің өзі мен көлік инфрақұрылымына қатысты сәттердің дамуы жеделдеді. Көліктің белгілі бір түрінің дамуы негізінен географиялық орналасуына байланысты болды.

Қазақстан Республикасындағы көлік елдің экономикалық дамуы мен әлеуметтік өмірінде маңызды рөл атқарады. Кең аумақты және әртүрлі климаттық жағдайларды ескере отырып, көлік қалалар мен ауылдық аудандар арасындағы байланысты қамтамасыз ете отырып, сондай-ақ әртүрлі өңірлерге қолжетімділікті қамтамасыз ете отырып, қазақстандықтардың өмірінің ажырамас бөлігіне айналады. Айта кету керек, Қазақстанда көліктің барлық түрлері қолданылады.

Қазақстанда белсенді дамуды және жаңғыртуды жалғастыратын жолдардың кең желісі бар. Мемлекет жаңа автожолдар салуға, қолданыстағы магистральдарды кеңейтуге және инфрақұрылымды жаңартуға белсенді инвестиция салуда. Бұл көлік жүйесінің тиімділігін арттыруға және азаматтар мен бизнес үшін қозғалыс жағдайларын жақсартуға ықпал етеді.

Автомобиль көлігінің маңызды бөлігі оның экономикадағы рөлі болып табылады. Жүк көлігі ел ішінде де, халықаралық деңгейде де жүктерді тасымалдауда шешуші рөл атқарады. Қазақстан Еуропа мен Азия елдерін байланыстыратын көлік дәліздерінің маршруттарындағы транзиттік ел болып табылады, бұл оны халықаралық логистикадағы стратегиялық серіктес етеді [1,2].

МРНТИ 27.35.14

УДК 51.72

Махмудова Ш.Д., кандидат физико-математических наук, доцент, <https://orcid.org/0000-0002-1274-5419>

«Западно-Казахстанский аграрно-технический университет имени Жангир хана», Жангир хана 51, Уральск, Республика Казахстан, cmb-zko@mail.ru

Makhmudova S.D., candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, <https://orcid.org/0000-0002-1274-5419>

NJSC «West Kazakhstan Agrarian Technical University named after Zhangir Khan», Zhangir Khan 51, Uralsk city, Republic of Kazakhstan, cmb-zko@mail.ru

ПРЯМАЯ И ДВОЙСТВЕННАЯ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ И ИХ МЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ DIRECT AND DUAL LINEAR PROGRAMMING PROBLEMS AND THEIR MECHANICAL MODEL

Аннотация

Одной из задач математической науки является применение ее результатов в других дисциплинах. Также важным является и другая задача: интерпретация с помощью результатов других дисциплин уже математических выводов.

В частности, принципы и методы аналитической механики и термодинамики возможно применить к отдельным положениям теории дифференциальных игр, а именно условий существования равновесных ситуаций в бескоалиционных дифференциальных играх нескольких лиц, а также к задачам линейного программирования. Последней цели посвящена настоящая статья.

При построении математической модели, в том числе и задач линейного программирования, как правило, рассматриваются и учитываются наиболее важные, главные моменты, исследуемого объекта, процесса, системы. Математическая модель не может описывать реальную ситуацию, объект, систему с учетом всех взаимосвязей ее составных частей. Другими словами, математическая модель не является исчерпывающим описанием

исследуемого объекта, процесса, системы в математической форме. Задачи линейного программирования не являются исключением в этом смысле слова. Стремление учесть в математической модели все стороны исследуемого объекта, процесса или системы, приводит к усложнению математических выражений, а следовательно их дальнейшие преобразования становятся затруднительными или даже невозможными. В связи с этим факторы изучаемого объекта, процесса или системы, которые не вошли в описание математической модели не должны существенно влиять на окончательный результат.

В связи с вышеизложенным, рассматриваемые в работе физические и механические модели несложные, в них можно использовать несжимаемую жидкость или идеальный газ. Даже при этом, задачам линейного программирования можно дать наглядную понятную физическую интерпретацию, что может быть полезным для студентов обучающихся по техническим специальностям.

ANNOTATION

One of the tasks of mathematical science is the application of its results in other disciplines. Similarly, interpretation of mathematical conclusions using the results of other disciplines, is also important.

In particular, the principles and methods of analytical mechanics and thermodynamics can be applied to the provisions of the theory of differential games, namely to the conditions for the existence of equilibrium situations in non-cooperative differential games of several persons, as well as to linear programming problems. This article covers the latter goal.

For construction of mathematical models, including linear programming problems, the most crucial aspects of the research objects, processes and systems are usually considered. A mathematical model cannot describe a real situation, object, system, taking into account all the interrelations of its components. In other words, a mathematical model is not a comprehensive description of a related object, process, system in mathematical form. Linear programming problems are no exception in this regard. The aspiration to take into account all aspects of a certain object, process or system in a mathematical model leads to over complication of mathematical expressions, which makes their further transformations difficult or even impossible. Due to these factors, research objects, processes or systems that are not involved in the description of the mathematical model should not affect the final result.

That being said, the physical and mechanical models considered here are of relatively low complexity; they can use an incompressible liquid or an ideal gas. Even so, linear programming problems can provide a clear, coherent physical interpretation, which can be helpful for students of STEM majors.

Ключевые слова: *прямая задача, двойственная задача, физическая модель, равновесное состояние, оптимальное решение, удерживающие связи, неудерживающие связи*

Key words: *direct problem, dual problem, graphical model, equilibrium state, optimal solution, restraining connections, non-restraining connections*

Введение. Линейное программирование — это одно из направлений математического программирования, которое изучает методы решения экстремальных задач, то есть изучает методы нахождения максимума или минимума искомой (целевой) линейной функции нескольких переменных. [1,2]. При этом всегда бывают заданы условия, ограничивающие изменения переменных, входящих в целевую функцию. Эти ограничения в задачах линейного программирования задаются в виде линейных равенств или линейных неравенств [3,4]

В статье сделана попытка построить физическую модель задачи линейного программирования [5,6]. Также показано, что задачи максимизации (минимизации) являются, в сущности, задачами о равновесии. Как известно в теории равновесия главной идеей является идея существования некоторой функции состояния, экстремуму которой соответствуют устойчивые состояния равновесия или устойчивые движения системы.[7]

Приведенная в статье физическая модель дает возможность рассматривать задачу линейного программирования, как задачу о равновесии физической системы, для которой существует некоторая функция состояния – аналог силовой функции Лейбница.[8,9, 10]

Ограничения, которые являются важнейшей составной задачей линейного программирования, являются аналогами удерживающих и неудерживающих связей. В основе построений условий оптимальности лежит принцип виртуальных перемещений.

Основы теории линейного программирования были заложены известным советским математиком Канторовичем Л.В [11]. Методы физического моделирования дают возможность для разработки алгоритмов численного решения задач линейного программирования.

Материалы и методы исследования. Рассмотрим прямую и двойственную задачи: найти n -мерный вектор $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ и m -мерный вектор $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$ удовлетворяющие соответственно условиям (1) и (2):

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n p_i x_i &\rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^n a_{si} x_i &\leq b_s \text{ при } s \in M_1 \\ \sum_{i=1}^n a_{si} x_i &= b_s \text{ при } s \in M_2 \\ x_i &\geq 0 \text{ при } i \in N_2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{s=1}^m b_s \omega_s &\rightarrow \min \\ \sum_{s=1}^m a_{si} \omega_s &= p_i \text{ при } i \in N_1 \\ \sum_{s=1}^m a_{si} \omega_s &\geq p_i \text{ при } i \in N_2 \\ \omega_s &\geq 0 \text{ при } s \in M_1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

здесь

$$\begin{aligned} M &= \{1, 2, \dots, m\}, N = \{1, 2, \dots, n\} \\ M_1 &= \{1, 2, \dots, m_1\}, M_2 = \{1, 2, \dots, m_2\} \\ N_1 &= \{1, 2, \dots, n_1\}, N_2 = \{1, 2, \dots, n_2\} \end{aligned}$$

Если ввести новые переменные $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ и $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m$, то задачу (1)-(2) будет иметь вид:

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i \rightarrow \max \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n a_{si} \omega_s - \xi_s &= 0 \text{ при } s \in M \\ x_i &\geq 0 \text{ при } i \in N_2 \\ \xi_s &\begin{cases} \leq b_s \text{ при } s \in M_1 \\ = b_s \text{ при } s \in M_2 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\sum_{s=1}^m b_s \omega_s \rightarrow \min \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{s=1}^m a_{si} \omega_s - \eta_i &= 0 \text{ при } i \in N \\ \omega_s &\geq 0 \text{ при } s \in M_1 \\ \eta_i &\begin{cases} = p_i \text{ при } i \in N_1 \\ \geq p_i \text{ при } i \in N_2 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Линейные функции (3) n – переменных и (5) m – переменных есть функции цели прямой и двойственной задач соответственно. Условия (4) и (6) – это допустимые условия векторов $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ и $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$.

Оптимальными векторами прямой и двойственной задач являются векторы

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ и } \omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m),$$

которые удовлетворяют условиям (3) – (4) и (5) – (6) соответственно [12, 13, 14].

Согласно основным теоремам двойственности, при условии существования оптимального решения прямой задачи, существует оптимальное решение двойственной задачи. Причем на оптимальных решениях целевые функции прямой и двойственной задач равны между собой, т.е.

$$\max \sum_{i=1}^n p_i x_i = \min \sum_{s=1}^m b_s \omega_s \quad (7)$$

Механическую модель задачи линейного программирования (3) – (6), можно представить как систему сообщающихся объемов (цилиндров). В каждом цилиндре находятся упоры, которые ограничивают возможные положения поршней в насосных цилиндрах. В этом случае механическая система будет пассивной, т.к. на нее не действуют внешние силы. [15].

Рассмотрим ситуацию, когда в модели (4) к штокам можно приложить постоянные силы $p_1, p_2, \dots, p_n$ и направить их вдоль соответствующих штоков. Силы направляются таким образом, что, если $p_i > 0$, то p_i будет иметь направление совпадающее с направлением возрастания переменной x_i . Если же $p_i < 0$, то p_i будет иметь направление противоположное направлению возрастания переменной x_i . Таким образом, p_i направлена в сторону возрастания координаты x_i в случае $p_i > 0$ в обратную сторону, если $p_i < 0$.

Потенциальная энергия такой механической системы, изображенной на рис.1 будет равна $-\sum_{i=1}^n p_i x_i$ и ее минимум достигается в состоянии равновесия x^* , в котором достигнет максимума функция цели $\sum_{i=1}^n p_i x_i$.

На рисунке 1 изображена механическая модель задачи линейного программирования. Теперь покажем, что состояние равновесия построенной и изображенной на рис.1 модели является оптимальным решением общей задачи линейного программирования. Для этого, прежде всего, получим условия равновесия модели, которая является механической системой, стесненной удерживающими и неудерживающими связями вида [16,17].

Как известно, идеальные связи называются удерживающими, если их аналитические выражения являются равенствами. Идеальные связи называют неудерживающими, если они выражаются неравенствами [18].

Отметим, что, увеличивая размерность системы, т.е. вводя свободные координаты $x_{n+1}, \dots, x_{n+k}$, можно формально неудерживающие связи, т.е. неравенства

$$g_s(x_1, \dots, x_n) \geq 0, \quad s = 1, 2, \dots, k,$$

записать в виде равенства, т.е. в следующей форме:

$$g_s(x_1, \dots, x_n) - x_{n+1} = 0, \quad x_{n+1} \geq 0, \quad s = 1, 2, \dots, k.$$

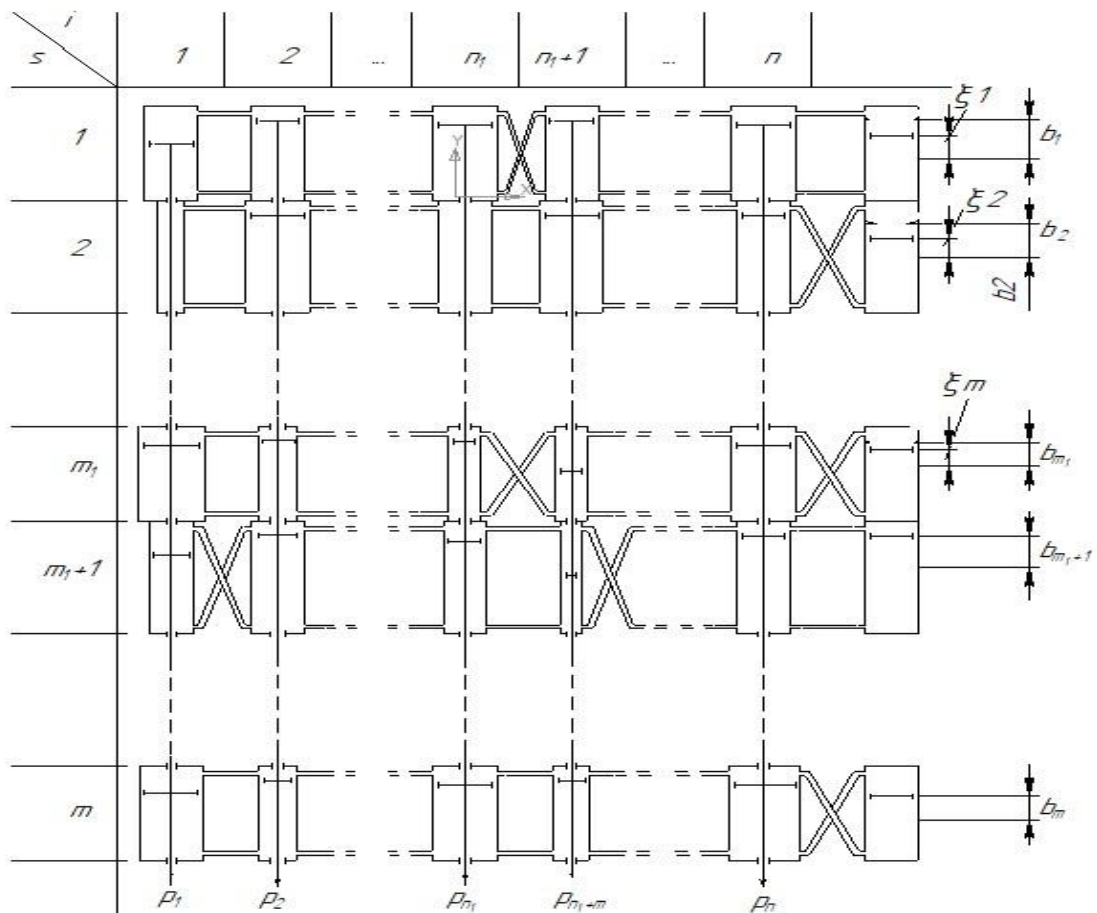


Рисунок 1 – Механическая модель задачи линейного программирования

Очевидно, что в состоянии равновесия внешние силы $p_1, p_2, \dots, p_n$, которые приложены к штокам модели, в состоянии равновесия уравниваются внутренними силами давления в объемах $V_s^{(+)}$ и $V_s^{(-)}$.

Обозначим $q_s^{(-)}$ и $q_s^{(+)}$ соответственно давления в объемах $V_s^{(-)}$ и $V_s^{(+)}$. Условиями равновесия модели, очевидно, будут условия равновесия всех подвижных твердых тел ее составляющих, т.е. условия равновесия n штоков, нагруженных внешними силами $p_1, p_2, \dots, p_n$ и условия равновесия m_1 свободных поршней, положения которых определяют величины $\xi_1, \dots, \xi_{m_1}$.

На рисунке 2, для наглядности, выделена только одна i -я система соосных цилиндров физической модели.

В случае $i \in N_1$, т.е. когда отсутствует неудерживающая связь $x_i \geq 0$, условия равновесия имеют вид

$$\sum_{s=1}^m a_{si} (q_s^{(-)} - q_s^{(+)}) - p_i = 0, \quad i \in N_1, \quad (8)$$

где $a_{si} (q_s^{(-)} - q_s^{(+)})$ - сила, приложенная к i -му поршню, закрепленному на i -ом штоке. В случае $i \in N_2$, т.е. когда перемещение i -го штока стеснено неудерживающей связью $x_i \geq 0$, имеют следующий вид:

$$\sum_{s=1}^m a_{si} (q_s^{(-)} - q_s^{(+)}) - p_i \begin{cases} = 0 & \text{при } x_i^* > 0, \\ \geq 0 & \text{при } x_i^* = 0, \end{cases} \quad i \in N_2 \quad (9)$$

где x_i^* - координата состояния равновесия i -го штока.

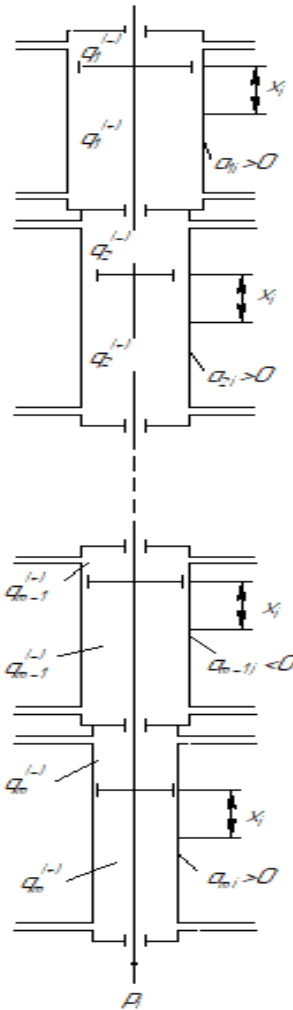


Рисунок 2 – i -я система соосных цилиндров физической модели

Неравенство при $x_i^* = 0$ означает, что в этом случае в левой части отсутствует неотрицательная реакция неудерживающей связи. Условия равновесия поршней, положения которых указывают значения величин ξ_s при $s \in M_1$, очевидны:

$$q_s^{(-)} - q_s^{(+)} \begin{cases} = 0 & \text{при } \xi_s < b_s, \\ \geq 0 & \text{при } \xi_s = b_s, \end{cases} \quad (10)$$

Условия (8), (9) и (10) являются условиями равновесия физической модели общей задачи линейного программирования. [19]

Если в состоянии равновесия модели ввести обозначения

$$\omega_s^* = q_s^{(-)} - q_s^{(+)}, \quad s = 1, 2, \dots, m,$$

то условия равновесия можно представить в виде:

$$\sum_{s=1}^m a_{si} \omega_s^* - p_i = 0 \quad \text{при } i \in N_1 \quad (11)$$

$$\sum_{s=1}^m a_{si} \omega_s^* - p_i \begin{cases} = 0 & \text{при } x_i^* > 0, \\ \geq 0 & \text{при } x_i^* = 0, \end{cases} \quad i \in N_2 \quad (12)$$

$$\omega_s^* \begin{cases} = 0 & \text{при } \xi_s < b_s, \\ \geq 0 & \text{при } \xi_s = b_s, \end{cases} \quad s \in M_1 \quad (13)$$

Результаты исследования. Из вышеизложенного можно сделать следующий вывод.

Разности давлений $q_s^{(-)} - q_s^{(+)}$ в объемах $V_s^{(-)}$ и $V_s^{(+)}$ модели прямой задачи в состоянии равновесия являются составляющими оптимального вектора двойственной задачи, и условия равновесия модели выражают основную теорему двойственности. [20]

Заключение. Итак, мы убедились, что построенная физическая модель является моделью двойственной пары задач линейного программирования. А состояние равновесия физической модели определяет оптимальные векторы прямой и двойственной задач линейного программирования. Основные результаты прямой и двойственной задачи линейного программирования получили наглядную механическую интерпретацию, т.е. оказались следствиями основных принципов механики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Васильев, Ф.П. Линейное программирование / Ф.П.Васильев, А.Ю.Иваницкий – М. Изд-во «Факториал Пресс», 2008 – 328 с
- 2 Струченков, В. И. Методы оптимизации в прикладных задачах / В. И. Струченков. – Москва: СОЛОН-ПРЕСС, 2016. – 315 с.
- 3 Вентцель, Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология: учеб. Пособие. 5-е изд., стер. / Е.С. Вентцель. – М.: КНОРУС, 2010. – 192с
- 4 Салмин, И.Д. Математические методы решения оптимизационных задач / И.Д.Салмин - М.:МИФИ,, 2004
- 5 Баксанский, О.Е. Моделирование в науке: Построение физических моделей / О.Е. Баксанский. - М.: Ленанд, 2019. - 160 с.
- 6 Разумихин, Б.С. Физические модели и методы теории равновесия в программировании и экономике / Б.С.Разумихин, М.:«Наука», 1975
- 7 Бойко, Л.А. Равновесные системы в механике: учебное пособие /Л.А Бойко, Л.С.Кснедзенко. Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2008. 131 с.
- 8 Аппель, П. Теоретическая механика / П. Аппель, Физматгиз , 1960
- 9 Бутенин, Н.В., Курс теоретической механики: учебное пособие / Н.В.Бутенин, Я.Л.Лунц, Д.Р.Меркин., 12-е изд., стер. СПб.:Лань, 2020. 732 с.
- 10 Глущенко, П.В. Техническая диагностика: моделирование в диагностировании и прогнозировании состояния технических объектов / П.В. Глущенко. - М.: Вузовская книга, 2013. - 248 с.

- 11 Канторович, Л.В. Математические методы организации и планирования производства / Л.В.Канторович, Изд-во ЛГУ, 1939.
- 12 Лесин, В.В. Основы методов оптимизации / В.В.Лесин, Ю.П.Лисовец.- СПб: Лань, 2016.-344 с.
- 13 Шелехова, Л.В. Методы оптимальных решений: учебное пособие / Л.В. Шелехова. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2017. – 304 с.
- 14 Ахмадиев, Ф.Г. Математическое моделирование и методы оптимизации: учебное пособие / Ф.Г.Ахмадиев, Р.М.Гильфанов. – Казань: Казанский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2017. – 179 с
- 15 Андрижиевский, А.А. Механика жидкости и газа: учеб. пособие для студентов учреждений высшего образования по техническим и технологическим специальностям / А.А. Андрижиевский. – Минск : БГТУ, 2014. – 203 с.
- 16 Щеглов А.Ю., Щеглов К.А. Математические модели и методы формального проектирования Учебное пособие Санкт-Петербург изд-во ИТМО 2015
- 17 Оптимизационные задачи в науке и технике [Электронный ресурс]. – Режим доступа: shlepotrun.narod.ru/11_1.html
- 18 Балдин, К.В. Математическое программирование: учебник / К.В. Балдин, Н.А. Брызгалов, А.В. Рукусов ; под общ. ред. К.В. Балдина. – 2-е изд. – Москва : Дашков и К°, 2018. – 218 с
- 19 Гончаров, В.А. Методы оптимизации: учеб. пособие для вузов / В.А. Гончаров. — М. : Издательство Юрайт ; ИД Юрайт, 2014. — 191 с.
- 20 Емельянов, С.В. Труды ИСА РАН: Системы управления и моделирование. Динамические системы. Управление рисками и безопасностью. Методы и модели в экономике/ С.В. Емельянов. - М.: Красанд, 2014. - 124 с.

REFERENCES

- 1 Vasil'ev F.P., Ivanickij A.Ju. (2008) Linejnoe programmirovaniye [Linear programming]. – M. Izd-vo «Faktorial Press» [in Russian].
- 2 Struchenkoy, V. I. (2016) Metody optimizatsii v prikladnykh zadachah [Optimization methods in applied problems] / V. I. Struchenkoy. – Moskva: SOLON-PRESS [in Russian].
- 3 Ventcel', E.S. (2010) Issledovanie operatsiy: zadachi, principy, metodologiya [Operations Research: Objectives, Principles, Methodology]: ucheb. Posobie.5-e izd., ster. / E.S. Ventcel'. – M.: KNORUS [in Russian].
- 4 Salmin I.D. (2004) Matematicheskie metody resheniya optimizacionnykh zadach [Mathematical methods for solving optimization problems] -M:MIFI., [in Russian].
- 5 Baksanskij, O.E. (2019) Modelirovaniye v nauke: Postroyeniye fizicheskikh modeley [Modeling in Science: Building Physical Models] / O.E. Baksanskij. - M.: Lenand [in Russian].
- 6 Razumihin B.S., (1975) Fizicheskie modeli i metody teorii ravновесiya v programmirovanii i jekonomike [Physical models and methods of equilibrium theory in programming and economics], M.:«Nauka» [in Russian].
- 7 Bojko L.A., Ksnedzenko L.S. (2008) Ravновесnye sistemy v mehanike [Equilibrium systems in mechanics]: uchebnoye posobie /L.A Bojko. Vladivostok: Izd-vo DVG TU [in Russian].
- 8 Appel', P. (1960) Teoreticheskaya mehanika [Theoretical mechanics], Fizmatgiz , 1960 [in Russian].
- 9 Butenin N.V., Lunc Ja. L., Merkin D.R., (2020) Kurs teoreticheskoy mehaniki [Theoretical mechanics course]: uchebnoye posobie . 12-e izd., ster. SPb.:Lan' [in Russian].
- 10 Glushhenko, P.V. (2013) Tehnicheskaya diagnostika: modelirovaniye v diagnostirovani i prognozirovani sostoyaniya tehnicheskikh ob'ektov [Technical diagnostics: modeling in diagnosing and predicting the condition of technical objects]/ P.V. Glushhenko. - M.: Vuzovskaya kniga [in Russian].
- 11 Kantorovich L.V. ,(1939) Matematicheskie metody organizatsii i planirovaniya proizvodstva, [Mathematical methods for organizing and planning production] Izd-vo LGU [in Russian].
- 12 Lesin V.V., Lisovec Ju.P. (2016) Osnovy metodov optimizatsii [Basics of optimization methods].- SPb: Lan' [in Russian].

- 13 Shelehova, L. V. (2017) Metody optimal'nyh reshenij [Optimal solution methods]: uchebnoe posobie / L. V. Shelehova. – 2-e izd., ster. – Sankt-Peterburg : Lan' [in Russian].
- 14 Ahmadiyev, F. G. (2017) Matematicheskoe modelirovanie i metody optimizatsii [Mathematical modeling and optimization methods]: uchebnoe posobie / F. G. Ahmadiyev, R. M. Gil'fanov. – Kazan': Kazanskij gosudarstvennyj arhitekturno-stroitel'nyj universitet, JeBS ASV [in Russian].
- 15 Andrizhievskij, A. A. (2014) Mehanika zhidkosti i gaza: ucheb. posobie dlja studentov uchrezhdenij vysshego obrazovaniya po tehničeskim i tehnologičeskim special'nostjam [Mechanics of liquid and gas: textbook. manual for students of higher education institutions in technical and technological specialties]/ A. A. Andrizhievskij. – Minsk : BGTU [in Russian].
- 16 Shheglov A.Ju., Shheglov K.A. (2015) Matematicheskie modeli i metody formal'nogo proektirovaniya [Mathematical models and formal design methods] Uchebnoe posobie Sankt-Peterburg izd-vo ITMO [in Russian].
- 17 Optimizacionnye zadachi v nauke i tehnike [Optimization problems in science and technology] [Jelektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: shlepotr.un.narod.ru/11_1.html [in Russian].
- 18 Baldin, K.V. (2018) Matematicheskoe programmirovaniye [Mathematical programming]: uchebnyk / K.V. Baldin, N.A. Bryzgalov, A.V. Rukosuev ; pod obshh. red. K.V. Baldina. – 2-e izd. – Moskva : Dashkov i K [in Russian].
- 19 Goncharov, V. A. (2014) Metody optimizatsii [Optimization methods]: ucheb. posobie dlja vuzov / V. A. Goncharov. — M. : Izdatel'stvo Jurajt ; ID Jurajt. [in Russian].
- 20 Emel'janov, S.V. (2014) Trudy ISA RAN: Sistemy upravleniya i modelirovanie. Dinamicheskie sistemy. Upravlenie riskami i bezopasnost'ju. Metody i modeli v jekonomike. [Control systems and modeling. Dynamic systems. Risk and safety management. Methods and models in economics]/ S.V. Emel'janov. - M.: Krasand [in Russian].

ТҮЙІН

Математика ғылымының міндеттерінің бірі оның нәтижелерін басқа пәндерде қолдану болып табылады. Тағы бір маңызды міндет: басқа пәндердің нәтижелерін пайдалана отырып, математикалық қорытындыларды түсіндіру.

Атап айтқанда, аналитикалық механика мен термодинамиканың принциптері мен әдістері дифференциалдық ойындар теориясының белгілі бір ережелеріне, атап айтқанда, бірнеше тұлғалардың бірлескен емес дифференциалдық ойындарында тепе-теңдік жағдайларының болу шарттарына, сондай-ақ сызықтық бағдарламалау есептерінде қолданылуы мүмкін. Бұл мақала соңғы мақсатқа арналған.

Математикалық модельді, оның ішінде сызықтық бағдарламалау есептерін құру кезінде, әдетте, зерттелетін объектінің, процестің немесе жүйенің ең маңызды, негізгі жағдайлары қарастырылады және ескеріледі. Математикалық модель оның құрамдас бөліктерінің барлық өзара байланыстарын ескере отырып, нақты жағдайды, объектіні, жүйені сипаттай алмайды. Басқаша айтқанда, математикалық модель математикалық түрде зерттелетін объектінің, процестің немесе жүйенің толық математикалық сипаттамасы емес. Сызықтық бағдарламалау есептері де бұл мағынанда ерекше емес. Математикалық модельде зерттелетін объектінің, процестің немесе жүйенің барлық аспектілерін есепке алуға ұмтылу математикалық өрнектердің күрделенуіне әкеледі, сондықтан оларды одан әрі түрлендіру қиынға түседі немесе тіпті мүмкін емес болады. Осыған байланысты зерттелетін объектінің, процестің немесе жүйенің математикалық модельдің сипаттамасына кірмейтін факторлары соңғы нәтижеге айтарлықтай әсер етпеуі керек.

Жоғарыда айтылғандарға байланысты жұмыста қарастырылған физикалық және механикалық модельдер қарапайым, олар сығылмайтын сұйықтықты немесе идеал газды пайдалана алады. Солай бола тұрса да, сызықтық бағдарламалау есептеріне көрнекі, түсінікті физикалық интерпретация берілуі мүмкін, бұл техникалық мамандықтарда оқитын студенттер үшін пайдалы болуы мүмкін.